Relations $a^n + b^n = c^n$

Présentation du guide :
« La résolution de problèmes mathématiques au collège »

Pensé au regard des contenus et bilans d’évaluations internationales, ce guide paru au mois de décembre 2021 présente en introduction des généralités sur la résolution de problèmes, *en mettant en perspective* les leviers d’apprentissage et des objectifs plus lointains, comme la formation des citoyens et le développement des compétences du XXIème siècle. S’en suivent six chapitres thématiques consacrés à des exemples mathématiques qui intègrent les six concepts clés du programme PISA, et un septième à vocation transversale. Le guide se termine par une bibliographie.

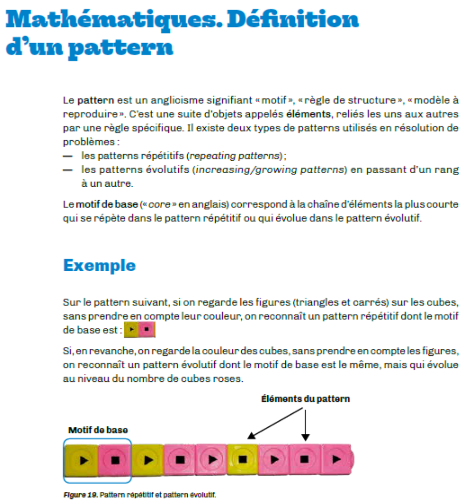
La **partie introductive** *développe/met en avant* :

- Une réflexion sur le pourquoi et le comment de la résolution de problèmes au collège
- La prise en compte de la contrainte exercée par les conceptions intuitives
- La favorisation du transfert entre problèmes qui reposent sur la même structure mathématique
- L'importance de mobiliser les quatre piliers de l’apprentissage lors de la résolution de problèmes : attention, engagement actif, retour sur l’erreur, consolidation
- Le recourt à la modélisation comme stratégie dans la résolution de problèmes
- L’occasion de contribuer à la formation d’un esprit citoyen par la résolution de problèmes
- Le développement des compétences du XXIème siècle par le travail des six compétences mathématiques, par le développement des compétences langagières, au travers des six concepts clés du programme Pisa, et grâce aux quatre piliers de l’apprentissage

Les six premiers chapitres (Données et statistiques, Nombres et problèmes arithmétiques, Problèmes algébriques, Patterns, Géométrie, Grandeurs) proposent des entrées historiques, des points sur la recherche, plusieurs problèmes, des rappels mathématiques, des encarts didactiques, parfois des focus.

Chaque partie correspondant à un **problème** est déclinée en cinq paragraphes : “énoncé, mot-clé, pourquoi proposer ce problème, ressorts de continuité ou éléments de progressivité, stratégies d’enseignement”.

Les exercices sélectionnés l’ont été pour répondre à plusieurs objectifs : mettre en valeur le continuum didactique, dégager le chemin didactique qui amène à l’émergence de la variable algébrique, encourager le triptyque “manipuler, verbaliser, abstraire”, donner à la modélisation un rôle essentiel, étayer les élèves de stratégies efficaces, renforcer les liens entre mathématiques et compétences en esprit critique.


Mathématiques. Définition d’un pattern

Le **pattern** est un anglicisme signifiant « motif », « règle de structure », « modèle à reproduire ». C’est une suite d’objets appelés **éléments**, reliés les uns aux autres par une règle spécifique. Il existe deux types de patterns utilisés en résolution de problèmes :
— les patterns répétitifs (*repeating patterns*) ;
— les patterns évolutifs (*increasing/growing patterns*) en passant d’un rang à un autre.

Le **motif de base** (« *core* » en anglais) correspond à la chaîne d’éléments la plus courte qui se répète dans le pattern répétitif ou qui évolue dans le pattern évolutif.

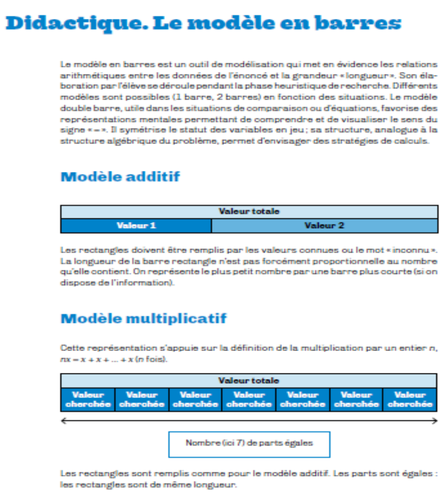
Exemple

Sur le pattern suivant, si on regarde les figures (triangles et carrés) sur les cubes, sans prendre en compte leur couleur, on reconnaît un pattern répétitif dont le motif de base est :

Si, en revanche, on regarde la couleur des cubes, sans prendre en compte les figures, on reconnaît un pattern évolutif dont le motif de base est le même, mais qui évolue au niveau du nombre de cubes roses.

Figure 19. Pattern répétitif et pattern évolutif.

Le **septième chapitre** qui porte sur la **démarche pour enseigner la résolution de problèmes** a pour objectif de donner un certain nombre de pistes pour mettre en œuvre des activités de résolution de problèmes en créant les contextes les plus favorables aux apprentissages. Les élèves devront pouvoir s’appuyer sur ces situations lorsqu’ils en rencontreront des nouvelles. Dans cette partie, après un point sur la recherche, le choix est ensuite fait de présenter une stratégie d’apprentissage fondée sur l’explicitation.


Didactique. Le modèle en barres

Le modèle en barres est un outil de modélisation qui met en évidence les relations arithmétiques entre les données de l’énoncé et la grandeur « longueur ». Son élaboration par l’élève se déroule pendant la phase heuristique de recherche. Différents modèles sont possibles (1 barre, 2 barres) en fonction des situations. Le modèle double barre, utile dans les situations de comparaison ou d’équations, favorise des représentations mentales permettant de comprendre et de visualiser le sens du signe « = ». Il symétrise le statut des variables en jeu ; sa structure, analogue à la structure algébrique du problème, permet d’envisager des stratégies de calculs.

Modèle additif

Valeur totale	
Valeur 1	Valeur 2

Les rectangles doivent être remplis par les valeurs connues ou le mot « inconnu ». La longueur de la barre rectangle n’est pas forcément proportionnelle au nombre qu’elle contient. On représente le plus petit nombre par une barre plus courte (si on dispose de l’information).

Modèle multiplicatif

Cette représentation s’appuie sur la définition de la multiplication par un entier n, $nx = x + x + \ldots + x$ (n fois).

Valeur totale						
Valeur cherchée	Valeur cherchée	Valeur cherchée	Valeur cherchée	Valeur cherchée	Valeur cherchée	Valeur cherchée

Nombre (ici 7) de parts égales

Les rectangles sont remplis comme pour le modèle additif. Les parts sont égales : les rectangles sont de même longueur.

Deux modalités y sont présentées, une première autour des procédures automatisées qui permettent d’outiller les élèves afin qu’ils s’engagent dans une résolution de problème, et une deuxième qui propose d’installer des temps dédiés à la résolution de “classes de problèmes classiques” ou pour apprendre une stratégie de résolution classique. Des exemples concrets sont proposés avec une déclinaison sur cinq séances.